Δ/ΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΟ ΚΕΝΤΡΟ
ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
(Ε.Κ.Φ.Ε)

Φύλλο εργασίας

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ...ΤΑΞΗ.......ΤΜΗΜΑ.........

ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ ΣΕ ΚΕΚΛΙΜΕΝΟ ΕΠΙΠΕΔΟ ΚΑΙ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣΡΟΠΗΣ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ ΤΟΥ

Στόχοι:

Να μετρήσετε τη ροπή αδράνειας στερεού σώματος (κυλίνδρου) με πειραματική διαδικασία και να τη συγκρίνετε με τη θεωρητική της τιμή.
Να αντιληφθείτε τη διαφορά της πειραματικής από τη θεωρητική τιμή της ροπής αδράνειας του στερεού μέσω της εκτίμησης των σφαλμάτων που υπεισέρχονται στη μέτρηση.
Να εκτιμήσετε τη σημασία των γραφικών παραστάσεων στη μέτρηση των μεγεθών.

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΜΕΡΟΣ

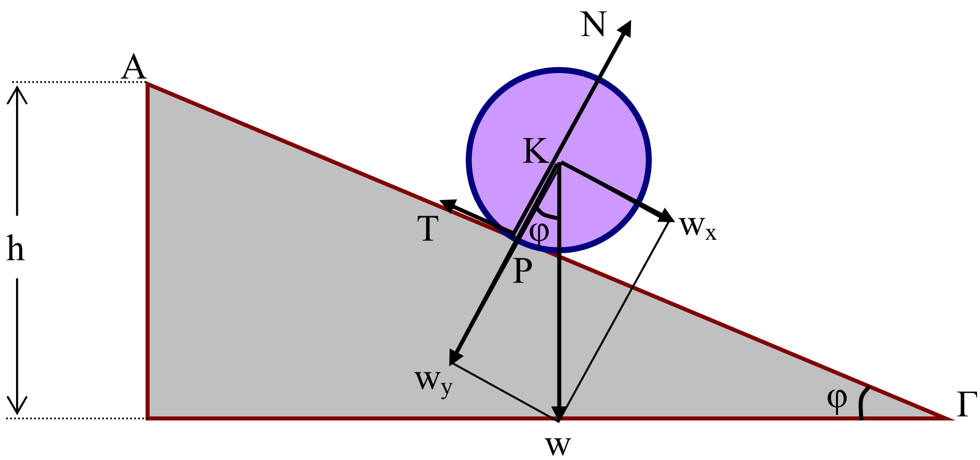
Θα διακρίνουμε δύο περιπτώσεις ανάλογα αν τα χρησιμοποιούμενα στην άσκηση στερεά σώματα (κύλινδρος – κεκλιμένο επίπεδο):

α. είναι Μηχανικά Στερεά (δηλ. δεν παραμορφώνονται όταν τους ασκούνται δυνάμεις)

β. είναι μη Μηχανικά Στερεά.

α. Μηχανικά Στερεά

Αφήνουμε να κυλίσει ο κύλινδρος του σχήματος κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου. Καθώς περνά από τα σημεία Α και Γ που έχουν υψομετρική διαφορά h, οι ταχύτητές του κέντρου μάζας του είναι u_{cm1} και u_{cm2} αντίστοιχα. Ισχύει η αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, οι εξισώσεις της κίνησης καθώς και η συνθήκη



κύλισης. Οι μαθηματικές τους διατυπώσεις είναι οι παρακάτω:

$1/2\, mu_{cm1} + 1/2\, I\omega_1^2 + mgh = 1/2 mu_{cm2} + 1/2\, I\omega_2^2$ (1)

$u_{cm2} = u_{cm1} + a_{cm}\, t$ (2)

$S = u_{cm1}t + 1/2\ a_{cm}t^2$ (3)

$u_{cm1} = \omega_1$ R (4)

$u_{cm2} = \omega_2 \cdot R$ (5)

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (1), (4) και (5) έχουμε:

$$u_{cm2}{}^2 - u_{cm1}{}^2 = \frac{2mgh}{m + \frac{I}{R^2}} \quad (6)$$

Από τις εξισώσεις (2) και (3) με απαλοιφή του χρόνου προκύπτει:

$$a_{cm} = \frac{u_{cm2}{}^2 - u_{cm1}{}^2}{2S} \quad (7)$$

όπου S το διάστημα μεταξύ των θέσεων 2 και 1 ($S=S_2-S_1$) η των σημείων Α και Γ. Αντικαθιστώντας την (6) στην (7) προκύπτει:

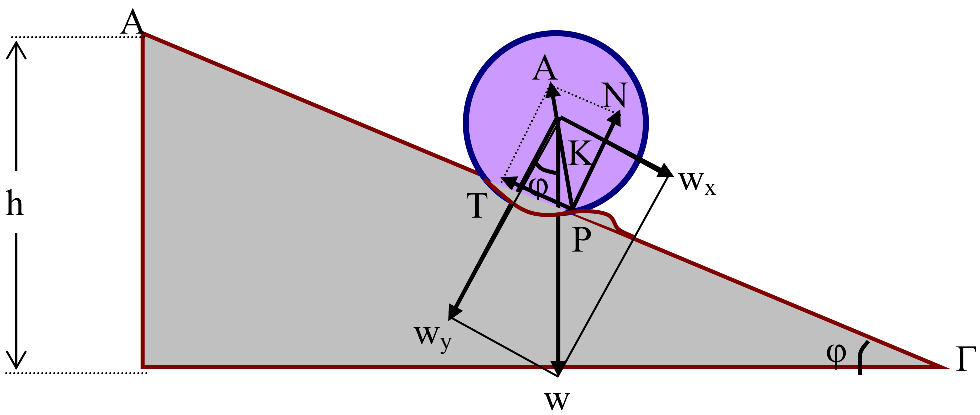
$$a_{cm} = \frac{g}{(1+\frac{I}{mR^2})S}h \quad (8)$$

Παρατηρούμε ότι η επιτάχυνση είναι ανάλογη του ύψους του κεκλιμένου επιπέδου

$a_{cm} = \kappa h$ (9) με $\kappa = \dfrac{g}{(1+\frac{I}{mR^2})S}$ (10)

β. μη Μηχανικά Στερεά

Στην περίπτωση (β), κατά την κύλιση παρουσιάζονται παραμορφώσεις του κυλίνδρου και του κεκλιμένου επιπέδου, οι οποίες μάλιστα στην πράξη δεν είναι τελείως ελαστικές. Αποτέλεσμα των παραμορφώσεων αυτών είναι η εμφάνιση της δύναμης επαφής Α, που αναλύεται στην κάθετη αντίδραση Ν και στην τριβή κύλισης Τ. Για να αρχίσει ο κύλινδρος να κυλίεται θα πρέπει, όπως φαίνεται από το παρακάτω σχήμα, η ροπή του ζεύγους w_x, Τ, να υπερνικά τη ροπή του ζεύγους Ν, w_y. Αυτό θα συμβεί για φ μεγαλύτερο μιας οριακής τιμής φ_o, άρα για h μεγαλύτερο μιας οριακής τιμής h_o.



Για τιμές του $\varphi < 5^o$ η συνάρτηση α = f(h) έχει τη μορφή:

$$\alpha = \frac{g}{S(1 + \frac{D^2}{R^2})} \cdot (h - h_o) \quad (8a)$$

δηλ. η ευθεία α =κh δεν διέρχεται από την αρχή των αξόνων, αλλά από σημείο (h_o, 0).

Το h_o εξαρτάται από την πλαστικότητα των επιφανειών επαφής και από την ακτίνα του κυλίνδρου.

Αν λοιπόν γνωρίζουμε την επιτάχυνση του κυλίνδρου για διάφορες τιμές του ύψους h και κατασκευάσουμε το διάγραμμα α = f(h) η κλίση κ = Δα/Δh θα ισούται με την εξίσωση (10). Από αυτή μπορούμε να υπολογίσουμε τη ροπή αδράνειας I

$$I = (\frac{g}{\kappa L} - 1)mR^2 \quad (11)$$

Με τις φωτοπύλες μπορούμε να μετρήσουμε τους χρόνους διέλευσης του κυλίνδρου από τα σημεία Α και Γ, και γνωρίζοντας τη διάμετρο της βάσης του κυλίνδρου 2R υπολογίζουμε τις

ταχύτητες u_{cm1} και u_{cm2} : $\boldsymbol{u_{cm1} = 2R/t_1}$ και $\boldsymbol{u_{cm2} = 2R/t_2}$ (12). Από τις σχέσεις (6) και (12) λύνοντας ως προς I έχουμε:

$$I = \frac{mgh}{2(\frac{1}{t_2^2} - \frac{1}{t_1^2})} - mR^2 \quad (13)$$

Από την (13) έχουμε ένα δεύτερο τρόπο υπολογισμού της ροπής αδράνειας για κάθε ύψος h και ζεύγος χρόνων t_1 και t_2, οπότε η μέση τιμή των I μας δίνει πολύ καλό αποτέλεσμα λόγω της ελαχιστοποίησης των υπολογιστικών σφαλμάτων.

Για τις μετατοπίσεις S_1 και S_2 (από την αρχή της κίνησης έως τις φωτοπύλες 1 και 2 ή τα σημεία Α και Γ) ισχύουν οι σχέσεις:

$S_1 = \frac{1}{2}at_{\mathrm{A}}^2$ (14) και $S_2 = \frac{1}{2}at_{\Gamma}^2$ (15) από τις οποίες επιλύοντας ως προς t_{A} και t_{Γ} αντίστοιχα και αφαιρώντας κατά μέλη βρίσκουμε:

$$t_{\Gamma} - t_{\mathrm{A}} = \sqrt{\frac{2S_2}{a}} - \sqrt{\frac{2S_1}{a}} \text{ ή } \Delta t = \sqrt{\frac{2}{a}}(\sqrt{S_2} - \sqrt{S_1}) \quad (16)$$

Από την τελευταία σχέση προκύπτει:

$$a = \frac{2(\sqrt{S_2} - \sqrt{S_1})^2}{\Delta t^2} \quad (17)$$

Από τη σχέση (17) μπορεί να υπολογισθεί η επιτάχυνση α για διάφορες υψομετρικές διαφορές h μεταξύ Α και Γ. Στη συνέχεια υπολογίζεται η κλίση κ από τη (10) και μετά η ροπή αδρανείας από την (11).

Για τον υπολογισμό της επιτάχυνσης της κίνησης, με τη χρήση μιας φωτοπύλης (π.χ. στο Γ) σε μια ορισμένη κλίση (ύψος h) θα χρησιμοποιήσουμε τη σχέση :

$$\alpha = \frac{\upsilon^2}{2S} \quad (18)$$

όπου υ είναι η ταχύτητα που υπολογίζεται από τη χέση (12) όπως αναφέρεται παραπάνω

και S η απόσταση του κέντρου της φωτοπύλης από την αρχή της κίνησης, αφαιρούμενης της ακτίνας του κυλίνδρου.

ΔΙΕΞΑΓΩΓΗ ΤΟΥ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΗ ΣΥΣΚΕΥΗ ΚΕΚΛΙΜΕΝΟΥ ΕΠΙΠΕΔΟΥ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΧΡΗΣΕΩΝ

Παρατηρήσεις για κεκλιμένο επίπεδο πολλαπλών χρήσεων (ΚΕΠΧ)

1.Το στηρίζουμε στην άκρη τού πάγκου με 2 σφιγκτήρες. Αριστερά να βρίσκεται το κινητό μέρος του επιπέδου και δεξιά το σταθερό, (σχ. 1 σελ. 1 Εγχειριδίου Λειτουργίας). Το δεξιό μέρος του κεκλιμένου επιπέδου πρέπει να διαθέτει σταθερή άρθρωση (καθ΄ ύψος), ώστε να μην μετακινείται όταν ανεβοκατεβάζουμε το αριστερό για να αλλάξουμε την κλίση. Το πλαστικό που συνδέει τα δύο μεταλλικά σωληνάκια μήκους 30 και 100mm πρέπει να έχει δύο βίδες με παξιμάδι για να μην επιτρέπεται η κατακόρυφη μετακίνηση. Αυτές οι 2 βίδες δεν έχουν τοποθετηθεί.

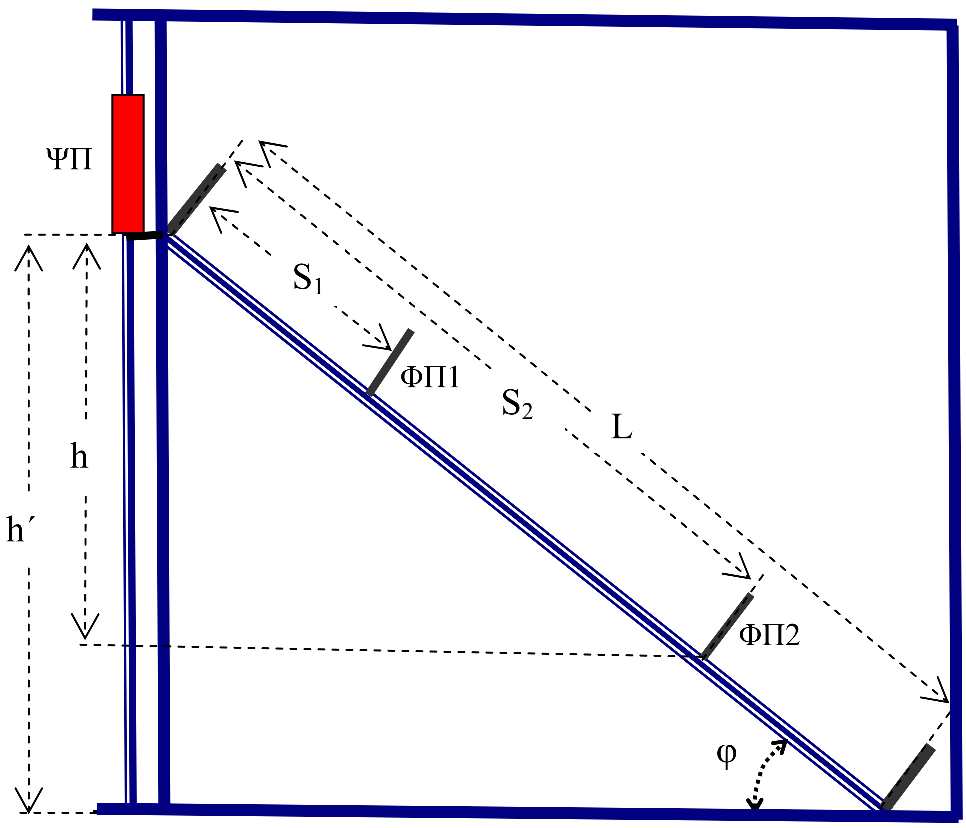
2.Τοποθέτηση φωτοπυλών στο κεκλιμένο επίπεδο

Τοποθετείται στο επίπεδο ο σύνδεσμος Α και από κάτω (μετά) μπαίνει η φωτοπύλη (με το άκρο Φ9mm) Τα καλώδια της φωτοπύλης θα είναι χαμηλά.

3. Μέτρηση χρόνου διέλευσης ενός σώματος (για τον υπολογισμό της ταχύτητας του σε ορισμένη θέση)

Συνδέουμε μια φωτοπύλη στην είσοδο 1 του χρονομέτρου και την σταθεροποιούμε στη θέση που μας ενδιαφέρει, προς το τέλος της διαδρομής.

Το σώμα (κύλινδρος η σφαίρα) κατά την κίνηση του διακόπτει την υπέρυθρη δέσμη της φωτοπύλης για ορισμένο χρόνο. Διαιρώντας την διάμετρο του κυλίνδρου με το χρόνο βρίσκουμε την ταχύτητα. **Επιλέγουμε στο χρονόμετρο τη ρύθμιση F1**



Σχημα 3. Σχηματικό διάγραμμα της συσκευής μηχανικής με δύο φωτοπύλες.

Ως διαστήματα S1 και S2 θεωρούνται οι αποστάσεις του κέντρου της φωτοπύλης από την αρχή της κίνησης, αφαιρούμενης της ακτίνας του κυλίνδρου.

<u>Εκτέλεση της άσκησης</u>

Από τη θεωρητική μελέτη προκύπτει ότι για τον υπολογισμό της ροπής αδράνειας του κυλίνδρου μπορούν να χρησιμοποιηθούν :

1) δύο φωτοπύλες και να υπολογισθεί :

α) η σχέση a(h) από την (8) ή (8^{α}). Μετά υπολογίζεται η κλίση από τη (10) και μετά η ροπή αδρανείας από την (11). Στο στάδιο αυτό η σύγκριση μπορεί να γίνει και κατά πόσο ο παράγοντας $(\frac{g}{\kappa L}-1)$ διαφέρει από το 1/2

β) η επιτάχυνση a(h) από τη σχέση (17) και να συνεχισθεί η άσκηση όπως και στο προηγούμενο

γ) η ροπή αδράνειας απευθείας από τη σχέση (13) για διάφορα ζεύγη τιμών χρόνου (t_1, t_2) και μετά να υπολογισθεί η μέση τιμή.

Να χρησιμοποιηθεί

2) μια φωτοπύλη και να υπολογίζεται η επιτάχυνση a από τη σχέση (18). Στη συνέχεια ακολουθείται η ίδια διαδικασία όπως με την (α) ή (β).

Η μέθοδος αυτή ως απλούστερη προτείνεται για τον πειραματικό προσδιορισμό της ροπής αδρανείας κυλίνδρου ή οποιουδήποτε άλλου σώματος που περιλαμβάνεται στη συσκευή (π.χ. σφαίρα, κυκλική στεφάνη).

3) Αρχικά μετράμε τα χαρακτηριστικά μεγέθη του συμπαγούς κυλίνδρου: μάζα m σε kg και διάμετρο δ σε m από την οποία υπολογίζουμε την ακτίνα R σε m. Θεωρούμε ότι το g=9.81 m/s^2. Το μήκος AB του κεκλιμένου επιπέδου είναι L=0,365 m.

4) Αγνοούμε την φωτοπύλη ΦΠ1 του σχήματος 3 και ενεργοποιούμε το ηλεκτρονικό χρονόμετρο στη θέση F1. Το χρονόμετρο είναι έτοιμο να καταγράψει τους χρόνους διέλευσης του κυλίνδρου από τη φωτοπύλη ΦΠ2

5) Ανυψώνουμε το κεκλιμένο επίπεδο κατά h το οποίο μετρούμε μέσω του ηλεκτρονικού διαστημόμετρου. Οι μετρήσεις του ύψους h να κυμαίνονται από 2cm μέχρι 11cm (αντιστοιχούν σε γωνίες 3^o -18^o).

6) Αφήνουμε τον κύλινδρο να κυλίσει από το ανώτατο σημείο του κεκλιμένου επιπέδου. Το χρονόμετρο καταγράφει το χρόνο t της διέλευσης του κυλίνδρου από την φωτοπύλη 2.

7) Μηδενίζουμε το χρονόμετρο και επαναλαμβάνουμε τα βήματα (5) και (6) του πειράματος για τέσσερα -πέντε ακόμη ύψη, και τα καταγράφουμε.

Επεξεργασία πειραματικών μετρήσεων:

8) Υπολογίζουμε και καταγράφουμε την υψομετρική διαφορά μεταξύ των δύο φωτοπύλης και αρχής της κίνησης από τις σχέσεις: **ημφ=h/l** και **ημφ=h'/L**. Συνεπώς **h=(l/L)*h'** όπου **l=S_2-R**

9) Από την διάμετρο της βάσης 2R του κυλίνδρου και το χρόνο t υπολογίζουμε και καταγράφουμε την ταχύτητα u_{cm} σύμφωνα

με τη σχέση u_{cm} =2R/t

10)Υπολογίζουμε τα τετράγωνα των ταχυτήτων και από τη σχέση (18) υπολογίζουμε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

11) Κατασκευάζουμε την γραφική παράσταση της επιτάχυνσης α με το ύψος h. Φέρουμε την καλύτερη ευθεία που περνά από τα πειραματικά σημεία.

<u>Η ευθεία δεν είναι απαραίτητο να περνά από την αρχή των αξόνων.</u>

12)Υπολογίζουμε την κλίση κ της ευθείας και από τη σχέση (11) υπολογίζουμε την τιμή της ροπής αδράνειας του κυλίνδρου $I_{\pi\varepsilon\iota\rho}$

13)Υπολογίζουμε τη θεωρητική τιμή της $I_{\theta\varepsilon\omega\rho}$ = 1/2 mR^2 και συγκρίνουμε τις δυο τιμές $I_{\pi\varepsilon\iota\rho}$ και $I_{\theta\varepsilon\omega\rho}$. Η απόκλιση της πειραματικής από τη θεωρητική είναι:

a= $(I_{\theta\varepsilon\omega\rho}-I_{\pi\varepsilon\iota\rho})/\ I_{\pi\varepsilon\iota\rho}$ 100%.

14)Που μπορεί να οφείλεται η απόκλιση τους; Αναφέρετε λόγους που να αιτιολογούν αυτή.
15) Ποιος ο ενδεδειγμένος τρόπος στο πείραμα ώστε να αποφύγουμε την τριβή ολίσθησης
16)Στη περίπτωση που υπήρχαν τριβές ολίσθησης ποιες εξισώσεις δεν θα ίσχυαν για τον υπολογισμό της ροπής αδράνειας του κυλίνδρου;
17)Αν αντί του κυλίνδρου αφήσουμε κυλινδρική στεφάνη (κούφιο κύλινδρο), ποιο στερεό προβλέπετε ότι φθάνει πρώτο στη βάση; Αιτιολογήστε την απάντηση σας.

Ακολουθεί υπολογιστικό φύλλο με ενδεικτικές τιμές.

		h'=10 mm	**h'=20 mm**	**h'=30 m**	**h'=40 mr**	**h'=50 mm**		
	t1	0,0468	0,0294	0,0233	0,0199	0,0175		
	t2	0,0469	0,0295	0,0232	0,0199	0,0175		
	t3	0,0471	0,0296	0,0232	0,0198	0,0175		
	t4	0,0472	0,0295	0,0233	0,0199	0,0175		
	t5	0,047	0,0293	0,0232	0,0198	0,0176		
	M.O.	**0,0470**	**0,0295**	**0,0232**	**0,0199**	**0,0175**		
		Ροπή αδράνειας κυλίνδρου						
		Μετρήστε χρόνους και δώστε την απόσταση S_2 στο H17						
h' [mm]	**h' [m]**	**h=(h'/L)*l**	**Θ[μοίρες]**	**t [s]**	**u=2R/t**	**$a=u^2/2S$**	**Σταθερές**	**SI**
10,06	0,0101	0,005512	1,6	0,047	0,21277	0,11317	**g=**	9,81
20,03	0,0200	0,010975	3,1	0,0295	0,33944	0,28805	**m=**	0,04256
29,95	0,0300	0,016411	4,7	0,0232	0,43029	0,46288	**R=**	0,005
39,97	0,0400	0,021901	6,3	0,0199	0,50352	0,63384	**$l=S_2-R=$**	0,2
50,05	0,0501	0,027425	7,9	0,0175	0,57078	0,81446	**L=**	0,365
							$S_2=$	0,205
			I_π=(g/κL-1)=	0,536				
	κ=	31,93342	**I_π=(g/κL-1)mR^2=**		5,70E-07	**I_θ=0,5mR^2:**	5,320E-07	
			Σφάλμα(%)	7,2